



① معادله $x - \sqrt{x} = \sqrt{x - \sqrt{x} + 3}$ چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

② از معادله $\sqrt{4a^2 - 4a - 7} = a$ ، حاصل $\frac{a-2}{a-1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

③ اگر ۲۰۰ کیلوگرم محلول آب نمک ۶ درصدی داشته باشیم، برای تبدیل آن به محلول آب نمک ۱۰ درصدی باید a کیلوگرم از نمک نوع اول و b کیلوگرم از نمک نوع دوم اضافه و ۱۷ کیلوگرم از آب آن را تبخیر کنیم. کدام گزینه می‌تواند اندازه‌های a و b را درست نشان دهد؟ (این محلول آب نمک، از دو نوع نمک تشکیل شده است.)

- (۱) $\begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} a = 2 \\ b = 6 \end{cases}$ (۳) $\begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases}$

④ اگر مجموع جواب‌های معادله $\frac{5}{x^2+3x-4} - \frac{3}{x^2+5x+4} = \frac{m}{x}$ برابر ۸- باشد، m کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{16}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{16}$

⑤ ماشین A کاری را در ۲۰ دقیقه و ماشین B همان کار را در ۴۰ دقیقه انجام می‌دهد. اگر هر دو ماشین با هم شروع به کار کنند و بعد از ۵ دقیقه ماشین A خراب شود، ماشین B در چند دقیقه دیگر کار را تمام می‌کند؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۲۵ (۴) ۲۰

⑥ اگر $x = 2$ جواب معادله $\frac{x+8}{a-1} - \frac{x+4}{a+1} = \frac{x+2}{a-3}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

⑦ ۳۰۰ کیلوگرم محلول آب نمک ۵ درصد جرمی موجود است. برای آنکه غلظت را به ۸ درصد افزایش دهیم، چهار کیلوگرم نمک اضافه می‌کنیم و n کیلوگرم آب تبخیر می‌کنیم. مقدار n چند کیلوگرم است؟

- (۱) $66/5$ (۲) $63/5$ (۳) $57/5$ (۴) $54/5$

⑧ معادله $\sqrt{x^3 + x - 10} + \sqrt{x^2 - 5x + 6} = 0$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹) معادله $\sqrt{ax+1} - \sqrt{2x} = 1$ به ازای چه مقادیری از a ، دارای دو جواب حقیقی است؟

- (۱) $(2, +\infty)$ (۲) $(-2, 2)$ (۳) $\{2\}$ (۴) $(-\infty, -2]$

۱۰) اگر دو نقاش با هم کار کنند، خانه‌ای را در ۶ روز رنگ می‌کنند و اگر هر کدام به تنهایی کار کنند کارگر اول کار را ۵ روز زودتر از کارگر دوم انجام می‌دهد. کارگر دوم به تنهایی کار را در چند روز انجام می‌دهد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۱۱) حاصل ضرب جواب‌های معادله $\sqrt{6x^2 - 12x + 3} - \sqrt{2x^2 - 4x + 2} = 1$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۱۲) اگر $2x - \sqrt{4x^2 - 4} = -3$ باشد، مقدار $x + \sqrt{x^2 - 1}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) -3 (۴) $-\frac{3}{2}$

۱۳) اگر معادله $\frac{m-3}{x} = \frac{x-4}{x^2+3x}$ فاقد جواب حقیقی باشد، m کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۱۴) کدام گزینه در مورد معادله $\sqrt{x-2} + \sqrt{3-x} = x-4$ درست است؟

- (۱) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد. (۲) فقط یک ریشه مثبت دارد. (۳) فقط یک ریشه منفی دارد. (۴) ریشه ندارد.

۱۵) احمد و رضا در یک لحظه از شهر تهران به طرف کرج حرکت می‌کنند. سرعت هر کدام از آنها ثابت است و فاصله بین دو شهر ۶۰ کیلومتر است. احمد هر ساعت ۴ کیلومتر کمتر از رضا می‌پیماید. رضا به شهر کرج رسیده و بلافاصله برمی‌گردد و احمد را در ۱۲ کیلومتری کرج ملاقات می‌کند، احمد با سرعت چند کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۶) به ازای کدام مقدار k ، یکی از ریشه‌های معادله $\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-k}{x+1} = 1$ ، دو برابر معکوس ریشه دیگر است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۷) حاصل ضرب جواب‌های معادله $\frac{1}{x^2+1} + \frac{3}{x^2+2} = \frac{7}{x^2+6}$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۱۶ (۳) -۴ (۴) -۲۵

۱۸) خودرویی مسافت ۱۲۰ کیلومتری بین دو شهر را به صورت رفت و برگشت طی کرده است، به طوری که سرعت متوسط برگشت ۲۰ کیلومتر بر ساعت از سرعت متوسط رفت بیش تر و زمان برگشت ۱۸ دقیقه از زمان رفت کمتر بوده است. سرعت متوسط رفت بر حسب کیلومتر بر ساعت کدام است؟

- ۷۲ (۱) ۸۰ (۲) ۶۰ (۳) ۸۵ (۴)

۱۹) پرنده‌ای فاصله یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر در ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر در ساعت است؟

- ۱۲ (۱) ۱۲/۵ (۲) ۱۳/۵ (۳) ۱۵ (۴)

۲۰) فرض کنید x_1 و x_2 جواب‌های معادله $(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1)(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$ باشند، مقدار $x_1 + x_2$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

سوال ۱ گزینه درست: ۲ قلم‌چی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۳۶% ساده

گزینه «۲»

با تغییر متغیر $t = x - \sqrt{x}$ داریم:

$$t = \sqrt{t+30} \xrightarrow{2} t^2 = t+30 \Rightarrow t^2 - t - 30 = 0$$

$$\Rightarrow (t-6)(t+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=6 \text{ ق} \\ t=-5 \text{ غ} \end{cases}$$

$$x - \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x - 6 = \sqrt{x} \rightarrow x^2 - 12x + 36 = x$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0 \Rightarrow (x-9)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=9 \text{ ق} \\ x=4 \text{ غ} \end{cases}$$

سوال ۲ گزینه درست: ۲ قلم‌چی ۱۴۰۰ درصد پاسخگویی ۴۹% ساده

گزینه «۲»

$$\sqrt{4a^2 - 4a - 7} = a \xrightarrow{\text{توان دو}} 4a^2 - 4a - 7 = a^2$$

$$\Rightarrow 3a^2 - 4a - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ a=\frac{7}{3} \end{cases}$$

$a = -1$ در معادله اولیه صدق نمی‌کند و $a = \frac{7}{3}$ تنها جواب معادله است:

$$\frac{\frac{a-2}{a-1}}{\frac{\frac{7}{3}-2}{\frac{7}{3}-1}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{4}$$

سوال ۳

گزینه درست: ۱

قلم‌چی ۱۴۰۰

درصد پاسخگویی ۲۸٪

متوسط

گزینه «۱»

$(kg) ۱۲ = \frac{۶}{۱۰۰} \times ۲۰۰$: وزن نمک موجود در محلول

$$\frac{۱۲+a+b}{۲۰۰+a+b-۱۷} = \frac{۱۰}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{۱۲+a+b}{۱۸۳+a+b} = \frac{۱}{۱۰}$$

$$۱۲۰ + ۱۰a + ۱۰b = ۱۸۳ + a + b \Rightarrow ۹a + ۹b = ۶۳ \Rightarrow a + b = ۷$$

مجموع وزن نمک a و b باید ۷ کیلوگرم باشد. بنابراین فقط گزینه اول می‌تواند صحیح باشد.

سوال ۴

گزینه درست: ۲

قلم‌چی ۱۴۰۰

درصد پاسخگویی ۳۱٪

متوسط

گزینه «۲»

$$\frac{۵}{(x+۴)(x-۱)} - \frac{۳}{(x+۴)(x+۱)} = \frac{m}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{۵(x+۱) - ۳(x-۱)}{(x+۴)(x-۱)(x+۱)} = \frac{m}{x}$$

$$\frac{۲x+۸}{(x+۴)(x-۱)(x+۱)} = \frac{m}{x} \Rightarrow \frac{۲(x+۴)}{(x+۴)(x-۱)(x+۱)} = \frac{m}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{(x-۱)(x+۱)} = \frac{m}{x} \Rightarrow ۲x = m(x^2 - 1)$$

$$\Rightarrow mx^2 - ۲x - m = ۰$$

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{-۲}{m} = -۸ \Rightarrow m = -\frac{۱}{۴}$$

سوال ۵

گزینه درست: ۳

گزینه های دام دار ۱

قلم‌چی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۲۰٪

متوسط

گزینه «۳»

ماشین A در هر دقیقه $\frac{۱}{۶۰}$ کار و ماشین B ، $\frac{۱}{۴۰}$ کار را انجام می‌دهد. اگر این دو همزمان کار کنند، $\frac{۱}{۶۰} + \frac{۱}{۴۰} = \frac{۳}{۴۰}$ کار را در هر دقیقه انجام می‌دهند، پس در ۵ دقیقه $\frac{۱۵}{۴۰} = \frac{۳}{۸}$ کار را انجام می‌دهند.

حال بعد از خراب شدن ماشین A ، ماشین B به تنهایی باید $۱ - \frac{۳}{۸} = \frac{۵}{۸}$ کار را انجام دهد. مدت زمان این کار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta t = \frac{\frac{۵}{۸}}{\frac{۱}{۴۰}} = \frac{۴۰ \times ۵}{۸} = ۲۵ \text{ دقیقه}$$

سوال ۶

گزینه درست: ۳

قلم‌چی ۱۳۹۹

درصد پاسخگویی ۶۰٪

ساده

گزینه «۳»

جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند، بنابراین $x = ۲$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{۱۰}{a-۱} - \frac{۶}{a+۱} = \frac{۴}{a-۳} \Rightarrow \frac{۵}{a-۱} - \frac{۳}{a+۱} = \frac{۲}{a-۳}$$

$$\Rightarrow \frac{۲a+۸}{a^2-۱} = \frac{۲}{a-۳} \Rightarrow \frac{a+۴}{a^2-۱} = \frac{۱}{a-۳} \Rightarrow a^2-۱ = a^2+a-۱۲ \Rightarrow a = ۱۱$$

گزینه «۱»

نمک	وزن کل	
۱۵	۳۰۰	محلول اولیه
۱۹	$۳۰۴ - n$	محلول ثانویه

$$\Rightarrow \frac{19}{304-n} = \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{19}{304-n} = \frac{1}{100} \Rightarrow 608 - 2n = 190 \Rightarrow 2n = 418 \Rightarrow n = 209 \text{ kg}$$

گزینه «۲»

جمع دو عبارت نامنفی زمانی صفر است که تک تک آن‌ها صفر باشند.

$$\sqrt{x^2 - 5x + 6} = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

فقط $x = 2$ ریشه $\sqrt{x^3 + x - 10}$ می‌باشد و آن را صفر می‌کند. پس یک جواب دارد.

گزینه «۱»

$$\sqrt{ax+1} - \sqrt{2x} = 1 \Rightarrow 1 + \sqrt{2x} = \sqrt{ax+1}$$

$$\xrightarrow{2 \text{ توان}} 2x + 1 + 2\sqrt{2x} = ax + 1$$

$$\Rightarrow (a-2)x = 2\sqrt{2x} \xrightarrow{2 \text{ توان}} (a-2)^2 x^2 = 8x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{8}{(a-2)^2} \end{cases}$$

$$x = \frac{8}{(a-2)^2} \xrightarrow{\text{جایگزینی}} \sqrt{\frac{8a}{(a-2)^2} + 1} - \sqrt{\frac{16}{(a-2)^2}} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{(a+2)^2}{(a-2)^2}} - \sqrt{\frac{16}{(a-2)^2}} = 1 \Rightarrow \left| \frac{a+2}{a-2} \right| - \left| \frac{4}{a-2} \right| = 1$$

$$\Rightarrow \frac{|a+2|}{|a-2|} - \frac{4}{|a-2|} = 1 \Rightarrow |a-2| = |a+2| - 4$$

$$\Rightarrow |a-2| - |a+2| = -4$$

که سه حالت باید بررسی شود:

$$1) a \geq 2 \Rightarrow a-2 - (a+2) = -4 \quad \checkmark$$

$$2) -2 < a < 2 \Rightarrow 2-a - (a+2) = -4 \Rightarrow -2a = -4$$

$$\Rightarrow a = 2 \quad \text{غ ق ق}$$

$$a \leq -2 \Rightarrow 2-a - (-a-2) = -4 \Rightarrow 4 = -4 \quad \text{غ ق ق}$$

به‌ازای $a = 2$ مقدار $x = \frac{8}{(a-2)^2}$ تعریف نشده خواهد بود، پس $a > 2$ صحیح است.

گزینه «۴»

فرض کنیم کارگر دوم به تنهایی کار را در x روز تمام می‌کند. پس در ۱ روز به اندازه $\frac{1}{x}$ از کار را انجام می‌دهد. همچنین کارگر اول به تنهایی در $(x-5)$ روز کار را تمام می‌کند، پس در ۱ روز به اندازه $\frac{1}{x-5}$ از کار را انجام می‌دهد. چون هر دو با هم کار را ۶ روزه تمام می‌کنند. بنابراین:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x-5+x}{x^2-5x} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-5}{x^2-5x} = \frac{1}{6} \Rightarrow x^2-5x = 12x-30$$

$$\Rightarrow x^2-17x+30=0 \Rightarrow (x-2)(x-15)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 & \text{غ ق} \\ x=15 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$x=2$ غیرقابل قبول است، چون یک کارگر به تنهایی نمی‌تواند سریع‌تر از زمانی که دو نفره کار می‌کنند کار را تمام کند.

گزینه «۲»

با فرض $2x^2 - 4x + 2 = t$ ، داریم:

$$6x^2 - 12x + 3 = 3(\underbrace{2x^2 - 4x + 2}_t) - 3 = 3t - 3$$

$$\sqrt{3t-3} - \sqrt{t} = 1 \quad \text{معادله به شکل روبه‌رو درمی‌آید:}$$

$$\sqrt{3t-3} = \sqrt{t} + 1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 3t-3 = t+1+2\sqrt{t}$$

$$\Rightarrow 2t-4 = 2\sqrt{t} \xrightarrow{\div 2} t-2 = \sqrt{t} \xrightarrow{\text{توان ۲}} t^2-4t+4 = t$$

$$\Rightarrow (t-1)(t-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 & \boxtimes \\ t=4 & \boxtimes \end{cases}$$

فقط $t=4$ در معادله صدق می‌کند:

$$2x^2 - 4x + 2 = 4 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{-2}{2} = -1$$

گزینه «۱»

$$2x - \sqrt{4(x^2-1)} = -3 \Rightarrow 2x - 2\sqrt{x^2-1} = -3$$

$$\Rightarrow x - \sqrt{x^2-1} = -\frac{3}{2} \quad (1)$$

با فرض (۲) $x + \sqrt{x^2-1} = a$ اگر طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) را در هم ضرب کنیم، نتیجه می‌شود:

$$(x - \sqrt{x^2-1})(x + \sqrt{x^2-1}) = -\frac{3}{2}a$$

$$\Rightarrow x^2 - x^2 + 1 = -\frac{3}{2}a \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۱٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۲

سوال ۱۳

گزینه «۲»

$$\frac{m-3}{x} = \frac{x-4}{x^2+3x} \Rightarrow mx^2 + 3mx - 3x^2 - 9x = x^2 - 4x$$

$$(m-4)x^2 + (3m-5)x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{-3m+5}{m-4} \end{cases}$$

چون دامنه معادله گویا برابر $R - \{0, -3\}$ است و از طرفی دیگر چون معادله هیچ جوابی ندارد، $x = \frac{-3m+5}{m-4}$ باید برابر -3 یا $x = 0$ باشد:

$$\frac{-3m+5}{m-4} = -3 \Rightarrow -3m + 5 = -3m + 12$$

$$\frac{-3m+5}{m-4} = 0 \Rightarrow -3m + 5 = 0 \Rightarrow m = \frac{5}{3}$$

همچنین اگر $m - 4 = 0$ ، یعنی $m = 4$ باشد، معادله جواب حقیقی ندارد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۸٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۴

سوال ۱۴

گزینه «۴»

با توجه به دامنه معادله، سه شرط زیر باید همزمان برقرار باشد:

$$\begin{cases} x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \\ 3 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \\ x - 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4 \end{cases}$$

اشتراک این سه شرط، تهی است، پس معادله ریشه ندارد.

متوسط

درصد پاسخگویی ۱۸٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۲

سوال ۱۵

گزینه «۲»

توجه کنید که وقتی احمد و رضا به هم می‌رسند مدت زمان حرکت هر دو با هم مساوی است. از آنجا که احمد مسافتی برابر $48 = 12 - 60$ و رضا مسافتی برابر $72 = 12 + 60$ کیلومتر طی کرده است، پس زمان حرکت احمد $\frac{48}{v}$ و زمان حرکت رضا $\frac{72}{v+4}$ است که در آن v سرعت حرکت احمد است. بنابراین:

$$t = \frac{72}{v+4} = \frac{48}{v} \Rightarrow v = 8$$

پس احمد با سرعت ۸ کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند.

متوسط

درصد پاسخگویی ۲۰٪

قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: ۴

سوال ۱۶

$$\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-k}{x+1} = \frac{(x+1)^2 - (x-2)(x-k)}{(x-2)(x+1)}$$

$$= \frac{x^2 + 2x + 1 - x^2 + (k+2)x - 2k}{x^2 - x - 2} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = (k+4)x - 2k + 1$$

$$\Rightarrow x^2 - (k+5)x + 2k - 3 = 0$$

یکی از ریشه‌های معادله بالا، ۲ برابر معکوس ریشه دیگر است، یعنی اگر یکی از ریشه‌ها α باشد، دیگری $\frac{2}{\alpha}$ است، پس حاصل ضرب آن‌ها برابر ۲ خواهد شد.

$$P = \frac{c}{a} = 2 \Rightarrow 2k - 3 = 2 \Rightarrow k = \frac{5}{2}$$

به ازای $k = \frac{5}{2}$ معادله $x^2 - 7/5x + 2 = 0$ دو جواب قابل قبول دارد، پس $k = \frac{5}{2}$ قابل قبول است.

گزینه «۳»

در معادله داده شده به کمک تغییر متغیر $t = x^2 + 1$ فرض می‌کنیم:

$$\frac{1}{t} + \frac{3}{t+1} = \frac{v}{t+5} \xrightarrow[\text{مخرج ها}]{\times t(t+1)(t+5)} (t+1)(t+5) + 3t(t+5) = vt(t+1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow t^2 + 6t + 5 + 3t^2 + 15t &= vt^2 + vt \\ \Rightarrow 3t^2 - 14t - 5 &= 0 \end{aligned}$$

$$\Delta = 256 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{14+16}{6} = 5 \\ t = \frac{14-16}{6} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 1 = 5 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 + 1 = -\frac{1}{3} \Rightarrow x^2 = -\frac{4}{3} \end{cases} \text{ جواب ندارد.}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب جواب های } x = -4$$

سرعت متوسط رفت را v در نظر می‌گیریم، به تبع آن سرعت متوسط برگشت $v + 20$ است. همچنین زمان رفت و زمان برگشت برحسب ساعت به ترتیب برابر $\frac{120}{v}$ و $\frac{120}{v+20}$ است. زمان برگشت از زمان رفت ۱۸ دقیقه کمتر بوده است، یعنی:

$$\frac{120}{v} - \frac{120}{v+20} = \frac{18}{60} = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow 120 \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v+20} \right) = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow 40 \left(\frac{v+20-v}{v^2+20v} \right) = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow v^2 + 20v - 8000 = (v+100)(v-80) = 0$$

$$\xrightarrow{v>0} v = 80 \text{ km/h}$$

گزینه ۴

اگر سرعت پرنده در هوای آرام v باشد، سرعت در مسیر رفت $v + 5$ و در مسیر برگشت $v - 5$ خواهد بود. دقت کنید واحد زمان باید برحسب ساعت و واحد طول برحسب کیلومتر باشد.

$$t = \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow \begin{cases} t_{\text{رفت}} = \frac{1}{v+5} \\ t_{\text{برگشت}} = \frac{1}{v-5} \end{cases}$$

$$t_{\text{رفت}} + t_{\text{برگشت}} = 9(\text{min}) = \frac{9}{v_0}(h) = \frac{3}{v_0}(h)$$

$$\frac{1}{v+5} + \frac{1}{v-5} = \frac{3}{v_0}$$

$$\xrightarrow{\times 20(v-5)(v+5)} 20(v-5) + 20(v+5)$$

$$= 3(v-5)(v+5)$$

$$\Rightarrow 20v - 100 + 20v + 100 = 3v^2 - 75 \Rightarrow 3v^2 - 40v - 75 = 0$$

$$\Delta = 1600 + 900 = 2500 \Rightarrow v = \frac{40 \pm 50}{6} \Rightarrow \begin{cases} v = 15 \text{ ق غ} \\ v = -\frac{10}{6} \text{ ق غ} \end{cases}$$

گزینه «۴»

روش اول: با ضرب کردن طرفین معادله در $\sqrt{x^2}$ و اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$\sqrt{x^2} (\sqrt{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2}} + 1)(\sqrt{x^2} - 1) = 2\sqrt{x^2} \times \sqrt{x^2}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x^2} - 1)(\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2} + 1) = 2\sqrt{x^2}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x^2})^3 - 1^3 = 2\sqrt{x^2} \Rightarrow x^2 - 1 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

مقدار $x_1 + x_2$ برابر است با:

$$x_1 + x_2 = S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{1} = 2$$

روش دوم: با در نظر گرفتن $\sqrt{x} = t$ داریم:

$$(t^2 + \frac{1}{t^2} + 1)(t^2 - 1) = 2t$$

$$\Rightarrow t^4 + 1 + t^2 - t^2 - \frac{1}{t^2} - 1 = 2t \rightarrow t^4 - \frac{1}{t^2} = 2t \xrightarrow{\times t^2}$$

$$t^6 - 2t^3 - 1 = 0 \rightarrow (t^3)^2 - 2t^3 - 1 = 0 \Rightarrow t^3 = \frac{2 \pm \sqrt{4}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1^3 = (\sqrt{x_1})^3 = x_1 = 1 + \sqrt{2} \\ t_2^3 = (\sqrt{x_2})^3 = x_2 = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$